

# ソースモデルを応用した大気汚染源推定方法について\*

佐藤 信也\*\*

キーワード ①発生源探索 ②ソースモデル ③大気汚染源 ④大気拡散 ⑤逆問題

## 要 旨

大気中の物質濃度の測定結果をもとに排出源の位置を推定する方法としては、一般にレセプターモデルが利用され、ソースモデルは用いられない。これは、ソースモデルでは排出強度と位置の関係式は得られるが、これらを同時に決定することができないためである。しかし、この関係式は3次元座標上に排出強度をプロットした排出強度分布図と見なせることに着目すると、これに発生源高さを与えれば、理論的には2次元の排出強度分布図となり、排出源の存在領域を推定する方法として利用できる。仮想排出源を設定して数値実験を行い、本法の実用可能性を検証した。

## 1. はじめに

大気中の物質濃度の観測結果から排出源の位置および強度を求める問題は、いわゆる「逆問題」<sup>1,2)</sup>といわれ、一般的な解法としては多数の地点で観測を行って濃度分布を求める方法や、多項目の測定結果を用いてレセプターモデルにより解析する方法が用いられる。しかし、有害大気汚染物質のように費用や資材の事情から多数の測定や多項目の測定を行うことは困難な場合がある。

そこで筆者は、有害大気汚染物質の測定のように、測定は長時間の平均値しか得られないが、その間の気象観測データは得られるような場合について、排出源の位置を推定するためには、「排出源は風上に存在するはずである」という基本的な論理を表現できることが必要と考え、気象条件を結果に反映することができるソースモデルに着目した。ソースモデルは、一般には排出源の位置および強度をもとに拡散濃度を推計するために用いられる。ソースモデルを逆問題に適用した場合に

は、気象条件や観測結果を与えて、排出源の位置と強度を求める問題となる。排出源の位置と強度を同時に定めることは一般には困難であるが、これらの関係式は得られることから、これを3次元座標上に排出強度をプロットした排出強度分布図と考えることができる。排出源の位置を与えれば排出強度が得られ、また逆に、排出強度を与えると排出源の位置が得られる。

実際に未知の排出源を探す場合には、文献や現地調査をもとにして対象物質を排出する業種や施設を絞り込むことが可能であり、対象物質の取扱量や排出形態から排出強度の推定は可能と考えられる。仮に、排出強度の目安がついて、その範囲を推定できるならば、強度と位置の関係図から対応する領域が得られることになる。

以下に、逆問題の簡易解法の観点から理論的根拠を示し、さらにこの方法を大気汚染源の推定に応用する際に必要となる手法について述べ、本法の実用可能性を検証するために行った数値実験の

\*An Air Pollution Source Estimation Method with Source Models

\*\*Shinya SATO (秋田県健康環境センター) Akita Research Center for Public Health and Environment

結果を示す。

## 2. 拡散に関する逆問題の簡易解法

観測点の座標  $O(x, y, z)$  における時刻  $t$  の対象物質の濃度を  $c(x, y, z, t)$ 、仮想排出源の位置を  $P_i(x_i, y_i, z_i)$ 、 $(i=1, 2, \dots, n)$ 、その排出強度を  $q_i(x_i, y_i, z_i, t)$ 、時刻  $t$  の観測点  $O$  における  $i$  番目の排出源に起因する濃度を  $u_i(x, y, z, x_i, y_i, z_i, t)$  とする。通常、排出強度は位置  $(x_i, y_i, z_i)$  には依存しないものであるが、後で仮想排出源の位置をいろいろに変えて排出強度分布図を描く目的のために、便宜上このように表現しておくことにする。

観測点において時刻  $T_1$  から  $T_2$  まで連続測定を行い、その平均値を求めた場合を想定すると、観測点における排出源の影響を重ね合わせることができるので、濃度の和は、

$$c(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^n u_i(x, y, z, x_i, y_i, z_i, t) \quad (1)$$

であり、観測点  $O$  における観測濃度は時刻  $T_1$  から  $T_2$  まで(時間間隔  $T$ )の濃度の平均値  $c_M$  であって、

$$\begin{aligned} c_M &= \frac{1}{T} \int_{T_1}^{T_2} c(x, y, z, t) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{T_1}^{T_2} \sum_{i=1}^n u_i(x, y, z, x_i, y_i, z_i, t) dt \end{aligned} \quad (2)$$

となる。いま、大気拡散式のように排出源に由来する濃度  $u_i$  は、排出強度  $q_i$  とその拡散を表わす関数  $f_i$  との積と考える。つまり、

$$u_i(x, y, z, x_i, y_i, z_i, t) = q_i(x_i, y_i, z_i, t) \cdot f_i(x, y, z, x_i, y_i, z_i, t) \quad (3)$$

と表わすと、(2)式は次のようになる。

$$c_M = \frac{1}{T} \int_{T_1}^{T_2} \sum_{i=1}^n q_i(x_i, y_i, z_i, t) \cdot f_i(x, y, z, x_i, y_i, z_i, t) dt \quad (4)$$

ここに、 $q_i$  は排出源濃度であり位置  $P_i(x_i, y_i, z_i)$  と時間  $t$  に依存する。関数  $f_i$  は観測濃度と排出強度の比を表わす関数で、排出源の位置、観測点の位置、時間および拡散媒体の条件に依存し、一般的には拡散の方程式を解いて得られるが、その結果である拡散式を利用することもできる。排出

源の位置、その時間変化および排出強度が未知なので、強度  $q_i$  および関数  $f_i$  は未知である。よって、この式は  $q_i(x_i, y_i, z_i, t) \cdot f_i(x, y, z, x_i, y_i, z_i, t)$  に関する方程式(第1種 Fredholm 型積分方程式)である。式を簡単にするために、排出源が一つしかない  $n=1$  の場合を考えると、観測濃度

$$c_M = \frac{1}{T} \int_{T_1}^{T_2} q_1(x_1, y_1, z_1, t) \cdot f_1(x, y, z, x_1, y_1, z_1, t) dt \quad (5)$$

は、 $q_1(x_1, y_1, z_1, t)$  に関する第1種 Fredholm 型積分方程式で、この方程式の解が存在するためには一定の条件<sup>3)</sup>が必要であり、解が存在する場合には第2種 Fredholm 型方程式に変換して解(多くの場合は近似解)を求めることも可能である。しかし、ここでは式をさらに単純化することにする。

まず、排出強度を次式のように表わす。

$$q_1(x_1, y_1, z_1, t) = Q_1(x_1, y_1, z_1) \cdot D(t) \quad (6)$$

ここに、関数  $D(t)$  は排出強度の時間変化を表わす関数である。すると、式(5)は、

$$c_M = \frac{1}{T} \cdot Q_1(x_1, y_1, z_1) \int_{T_1}^{T_2} D_1(t) \cdot f_1(x, y, z, x_1, y_1, z_1, t) dt \quad (7)$$

となる。よって、

$$Q_1(x_1, y_1, z_1) = T \cdot c_M / \int_{T_1}^{T_2} D_1(t) \cdot f_1(x, y, z, x_1, y_1, z_1, t) dt \quad (8)$$

と表わすことができ、さらに、

$$Q_1(x_1, y_1, z_1) = \frac{T \cdot c_M}{G_1(x, y, z, x_1, y_1, z_1)} \quad (9)$$

と書ける。ここに、

$$G_1(x, y, z, x_1, y_1, z_1) = \int_{T_1}^{T_2} D_1(t) \cdot f_1(x, y, z, x_1, y_1, z_1, t) dt \quad (10)$$

である。式(9)および(10)において  $D_1, f_1$ 、観測点の座標  $O(x, y, z)$  が具体的に与えられたとき、未知排出源の位置座標  $(x_1, y_1, z_1)$  をパラメータとして、式(10)の右辺を計算することが可能であり、これを式(9)に代入すれば排出強度  $Q_1$  を3次元の位置座標  $(x_1, y_1, z_1)$  に対応する強度分布として表わすことができる。

さらに排出源の高さ  $z_1$  を固定して、たとえば  $z_1 = 0$  と仮定すれば、 $Q_1(x_1, y_1, 0)$  を平面座標上の濃度図または等強度線図などにより視覚化することが容易になる。この図は、「排出源が  $(X, Y, 0)$  にあるとすれば、その強度は  $Q_1(X, Y, 0) \cdot D_1(t)$  であると推定される」と解釈することができる。また逆に、ある時刻における、ある強度の排出源の存在可能な領域を表わすものとも考えることもできる。実際に排出源を探索する場合には、現実存在可能な排出源の施設の種別をある程度絞り込むことが可能である。そこで、排出強度が  $[a, b]$  の範囲内にあることが推定できるような場合には、強度分布図から排出強度  $Q_1(x_1, y_1, z_1)$  が

$$a \leq Q_1(x_1, y_1, z_1) \cdot D_1(t) \leq b \quad (11)$$

の条件を満たすような位置を求めれば、それが排出源の存在可能な領域となる。

式(9)の右辺の分子または分母が0になる特別な場合には、物理的な意味を考えて処理しなければならない。まず、分子が0であるということは、排出強度がすべて0でない限り、その時間帯の拡散条件では観測にかからなかったということであり、その時間帯の風上には排出源が存在する可能性は小さいということである。これは、風上以外の方向における排出源の存在可能性を否定するものではない。一方、分母が0であるということは、その位置に排出源があると仮定して、その時間帯の拡散条件で拡散計算をしても観測濃度には影響しないという意味である。以上の考察を踏まえて、分子または分母が0になる場合の取り扱いを次のように整理する。

まず、分子、分母ともに0の場合は、その位置に排出源があったとしてもその時の拡散条件では観測にかからなかった場合で、もし拡散条件が変われば観測に影響する可能性がある場所なので、排出強度としては  $q_1 = 0$  と処理する。こうしておくと、他の観測と重ね合わせることができる。

次に、分子が  $\neq 0$  で分母が0の場合は、その位置に無限大の強度の排出源がなければ観測にかからない、と解釈できるので、 $q_1 = \infty$  と処理することにする。その他の場合については、計算可能であり問題はない。

### 3. 拡散問題への応用のための手法

#### 3.1 拡散条件に応じた推定式

式(10)の右辺の関数  $f_1$  として、大気拡散式を用いた場合には、風向・風速や大気安定度などの気象に関するデータが必要になるが、通常これらの気象条件は1時間値で得られることが多く、大気安定度については気温、日射量などの気象データとサンプリングの際の観察をもとにして1時間ごとに決めることになる。そこで、このような場合を想定して、ある時間内では拡散条件が一定であると仮定し、時刻  $t_j \sim t_{j+1}$  ( $= 1, 2, \dots, m$ ) の  $f_1$  を  $f_{1j}(x, y, z, x_1, y_1, z_1, t_j, t_{j+1}) = (\text{定数})$  と表わし、 $t_1 = T_1$  および  $t_m = T_2$  とおけば、式(10)は、

$$G_1(x, y, z, x_1, y_1, z_1) = \sum_{j=1}^m \{ (t_{j+1} - t_j) \cdot f_{1j}(x, y, z, x_1, y_1, z_1) \cdot \int_{t_j}^{t_{j+1}} D_1(t) dt \} \quad (12)$$

となる。もし、排出強度が時刻  $t_j \sim t_{j+1}$  で一定で、 $D_1(t) = D_{1,j}$  ならば、式(12)はさらに簡単になって、

$$G_1(x, y, z, x_1, y_1, z_1) = \sum_{j=1}^m \{ (t_{j+1} - t_j)^2 \cdot f_{1j}(x, y, z, x_1, y_1, z_1) \cdot D_1(t) \} \quad (13)$$

となる。

#### 3.2 既知排出源の考慮

未知排出源の推定精度を高めるために、既知排出源がある場合にはその影響を考慮する必要がある。排出源の位置、排出強度および拡散条件をもとにして、点源、線源、面源など排出源の形態に応じた適切な拡散式を用いて、観測に影響を与える濃度を見積もることができる。これらの既知排出源の観測点への影響濃度を  $c_k$  とすると、 $(c_M - c_k)$  が未知排出源による影響濃度となるから、式(5)などにおいて  $c_M$  を  $(c_M - c_k)$  で置き換えればよい。

#### 3.3 結果の重合せ

同一の排出源による影響が継続していると考えられる場合には、異なる時期に行われた複数の観測をもとにして得られた排出強度分布  $Q_i$  の和をとることが可能なので、重合せにより強度分布図のコントラストが強くなれば、推定領域を狭めることがより容易になる。

## 4. 数値実験

### 4.1 問題設定

この手法の実用性を検証するため、次のような数値実験を行った。ある地点に固定された一つの排出源の位置座標と排出強度および1時間ごとの気象条件を24時間ずつ3日分仮定する(それぞれX日, Y日, Z日とする)。この条件で拡散計算を行って観測点における毎時の拡散濃度を推計して1日の平均値を求め、その日の観測濃度とする。気象条件3日分に対応する観測濃度が3個求められる。

次に、この観測濃度と気象条件をもとにして、本法を用いて排出源の排出強度分布図を求め、排出源の強度を設定強度の50~100%の範囲と仮定して、排出源の存在可能領域を求める。

### 4.2 計算条件

#### 4.2.1 仮想排出源

仮想排出源は排出強度:10,000g/hで24時間一定、位置座標(x, y, z)=(50, 0, 0.5)(単位:m)とする。y軸のプラス方向を北に、x軸のプラス方向を東にとることとする。つまり、排出源は観測点の真東50mの位置、地面から0.5mの高さに設定した。

#### 4.2.2 気象条件

X日, Y日, Z日のそれぞれの気象条件を表1~3のように設定した。

#### 4.2.3 拡散計算

点源からの沈着を伴わない拡散と仮定してパフ式またはブルーム式<sup>4)</sup>により計算した。その結果、観測点における濃度は、それぞれ24時間の平均値として表4のように求められた。

Y日は風向が特定の方向に偏っており、観測に影響する東寄りの風が吹いていないので、排出源の影響をまったく受けなかったものである。このような気象条件下では、この方法で排出源を検出することはできないように思われるが、これらの風向の風上には排出源がないことは確かであり、他のデータと重ね合わせることによって有効となる。

#### 4.2.4 排出源の位置の推定

このようにして得られた観測濃度と気象条件をもとにして、本法の式(9)および式(13)を用いて排出源の強度と位置を推定した。既知の排出源は存在

表1 X日の気象条件

| 時刻 | 風向   | 風速(m/s) | 安定度階級 |
|----|------|---------|-------|
| 0  | NNW  | 3.1     | B     |
| 1  | NNW  | 2.5     | B     |
| 2  | NNW  | 2.8     | B     |
| 3  | NW   | 2.1     | B     |
| 4  | NNW  | 1.9     | B     |
| 5  | NNW  | 1.0     | D     |
| 6  | Calm | 0.0     | D     |
| 7  | ESE  | 0.5     | D     |
| 8  | SE   | 0.7     | D     |
| 9  | ESE  | 0.5     | D     |
| 10 | ESE  | 1.3     | D     |
| 11 | SE   | 1.5     | D     |
| 12 | S    | 2.1     | D     |
| 13 | SSE  | 1.2     | D     |
| 14 | S    | 1.4     | D     |
| 15 | SSE  | 1.9     | D     |
| 16 | SE   | 1.1     | D     |
| 17 | ESE  | 2.4     | D     |
| 18 | ESE  | 1.9     | D     |
| 19 | ESE  | 3.0     | C     |
| 20 | ESE  | 1.8     | C     |
| 21 | E    | 2.0     | C     |
| 22 | E    | 0.9     | C     |
| 23 | SW   | 0.7     | C     |

表2 Y日の気象条件

| 時刻 | 風向  | 風速(m/s) | 安定度階級 |
|----|-----|---------|-------|
| 0  | WNW | 4.7     | C     |
| 1  | NNW | 3.8     | B     |
| 2  | NNW | 3.9     | B     |
| 3  | NW  | 3.9     | B     |
| 4  | NW  | 3.4     | B     |
| 5  | WNW | 3.6     | D     |
| 6  | WNW | 1.8     | G     |
| 7  | WNW | 1.5     | G     |
| 8  | SW  | 1.8     | G     |
| 9  | SW  | 1.4     | G     |
| 10 | SW  | 2.5     | F     |
| 11 | SW  | 2.3     | F     |
| 12 | SW  | 2.6     | F     |
| 13 | SW  | 2.6     | F     |
| 14 | SW  | 2.2     | F     |
| 15 | SW  | 2.1     | F     |
| 16 | SW  | 2.0     | F     |
| 17 | SW  | 2.6     | F     |
| 18 | SSW | 2.5     | D     |
| 19 | SSW | 1.7     | B     |
| 20 | SW  | 1.9     | B     |
| 21 | W   | 2.1     | A     |
| 22 | WNW | 2.4     | A     |
| 23 | WNW | 3.8     | A     |

表 3 Z日の気象条件

| 時刻 | 風向  | 風速(m/s) | 安定度階級 |
|----|-----|---------|-------|
| 0  | WSW | 0.7     | D     |
| 1  | WNW | 1.9     | D     |
| 2  | SW  | 0.8     | D     |
| 3  | SSW | 1.1     | D     |
| 4  | ENE | 1.3     | D     |
| 5  | E   | 1.7     | D     |
| 6  | E   | 1.7     | D     |
| 7  | S   | 2.2     | D     |
| 8  | S   | 2.5     | D     |
| 9  | S   | 2.6     | D     |
| 10 | SSW | 2.8     | D     |
| 11 | SSW | 3.6     | D     |
| 12 | SSW | 3.4     | D     |
| 13 | SSE | 2.4     | D     |
| 14 | SSE | 2.0     | D     |
| 15 | SSE | 1.7     | D     |
| 16 | S   | 3.3     | D     |
| 17 | S   | 2.7     | D     |
| 18 | S   | 2.7     | D     |
| 20 | SSE | 2.7     | B     |
| 21 | E   | 2.5     | B     |
| 22 | ESE | 4.7     | C     |
| 23 | ESE | 5.7     | C     |

表 4 各測定日の観測濃度の日平均値

| 観測日 | 観測濃度(g/m <sup>3</sup> ) |
|-----|-------------------------|
| X   | 0.000876                |
| Y   | 0.                      |
| Z   | 0.00302                 |

せず、観測濃度がすべて未知の排出源に起因するものと仮定した。未知の排出源の高さを0.5mと仮定し、座標(x, y)および排出強度は不明であるが、強度は24時間一定と仮定した。この場合、 $D_1(t)=1$ ,  $q_1=Q_1$ となる。関数fについては拡散式の排出強度を除いた部分であるが、拡散計算に用いたものと同じの式、パラメータを用いた。計算結果は図1~6のとおりであった。

3次元グラフは未知の排出源位置(x, y)をx-y平面に取り、予測される排出強度 $q_1$ の符号を変えてz軸に取ったもので、観測点の南西方向の高いところから見下ろしたものである。排出強度に負号をつけたのは、 $q_1$ の絶対値の小さい所がよく見えるようにしたものである。等高線グラフは観測点の真上から見下ろしたもので、図の上が

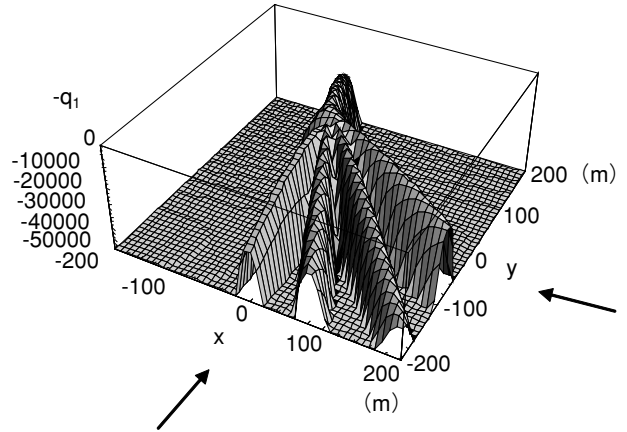


図 1 X日の観測から逆算した推定強度の3次元グラフ  
注) 矢印の交点が観測地点である(以下同じ)

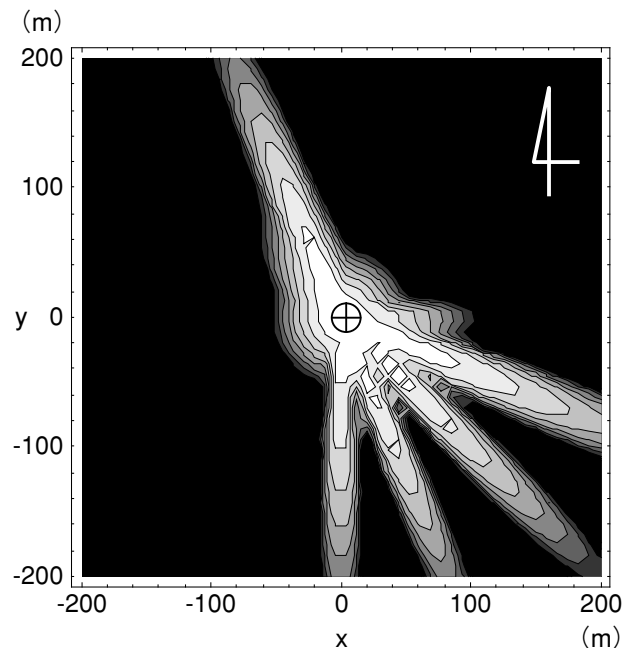


図 2 X日の観測から逆算した推定強度の等濃度グラフ  
注) 十字の印が観測地点である(以下同じ)

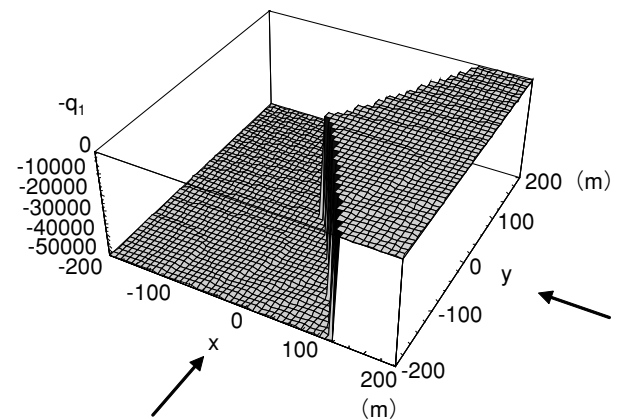


図 3 Y日の観測から逆算した推定強度の3次元グラフ

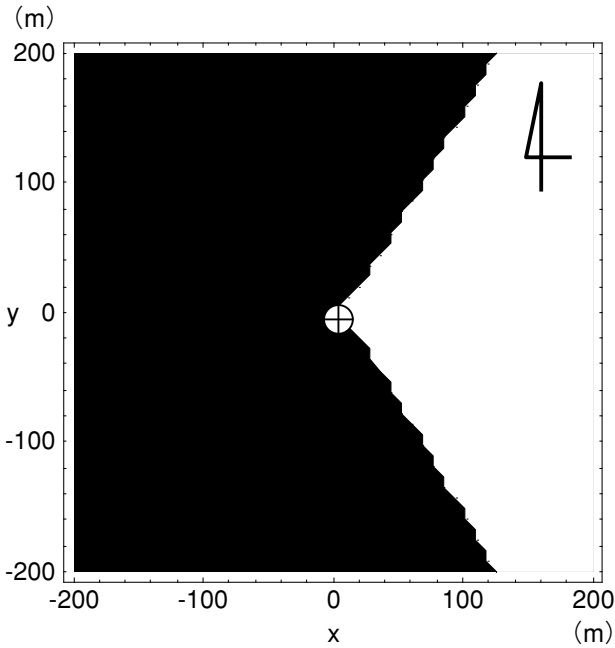


図4 Y日の観測から逆算した推定強度の等濃度グラフ

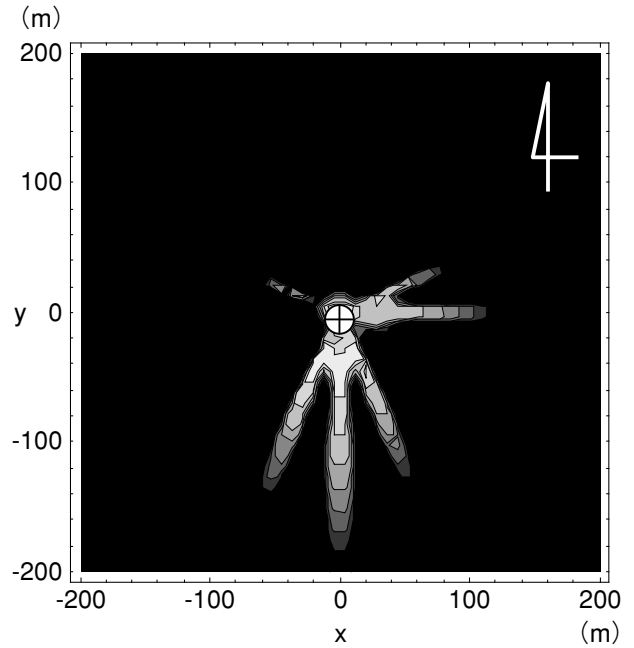


図6 Z日の観測から逆算した推定強度の等濃度グラフ

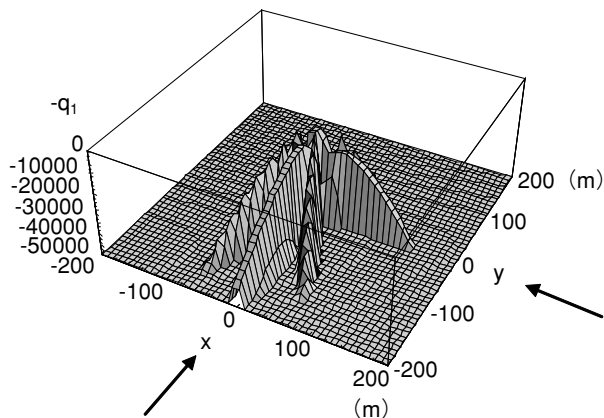


図5 Z日の観測から逆算した推定強度の3次元グラフ

北、右が東となり、数値の小さいところほど白く、数値の大ききところほど濃く表わしたものである。表示範囲は強度にして0~50,000(g/h)である。

これらの図の解釈は、「座標(x, y)に未知排出源があると仮定したときに、観測点において観測された濃度を与えるに必要な未知排出源の強度を表わす」ということである。つまり、3次元グラフでは山の高さが高い所ほど、等高線グラフでは白っぽい所ほど、排出強度が小さくても観測点に与える影響が大きい位置ということになる。X, Y, Zの各日の和を取ると、図7, 8のようになった。1日だけでは風向に偏りがあるが、3日間を累積するとほぼ全方向をカバーすることとなっ

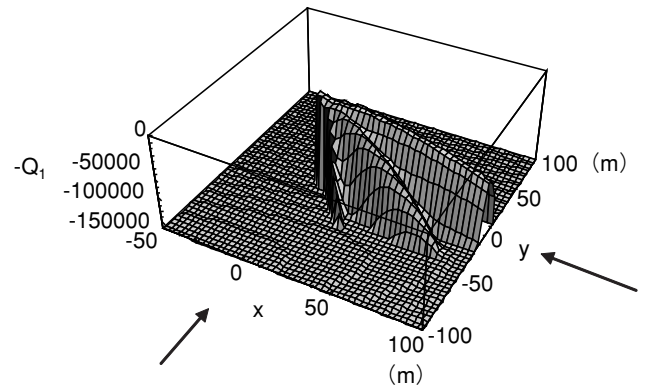


図7 X, Y, Z日を合計した推定強度の3次元グラフ

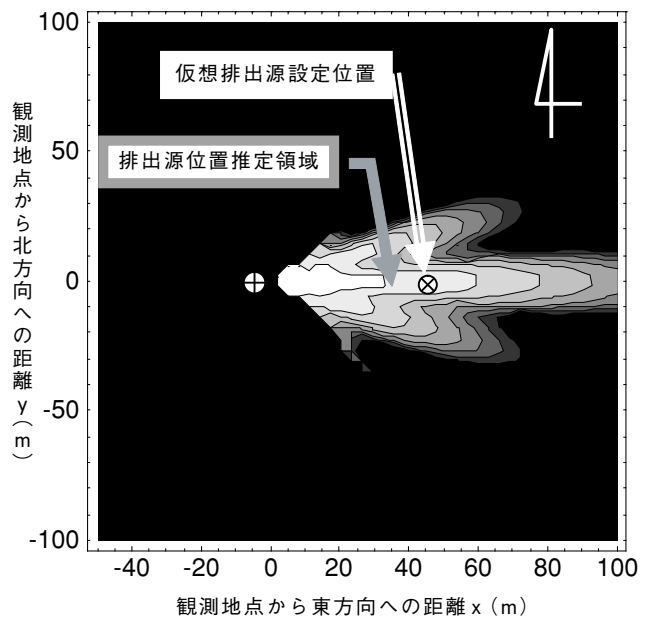


図8 X, Y, Z日を合計した推定強度の3等濃度グラフ

た。図8は、3次元グラフ図7の排出強度0～150,000(g/h)を10等分して10段階のグレースケールで描画したものである。グレースケールの「白」は、排出強度が0以上15,000(g/h)未満、白の次に濃いグレーは15,000以上30,000(g/h)未満、以下同様にして、黒は135,000以上150,000(g/h)以下である。未知排出源の排出強度を、設定強度(10,000×3パターン=30,000(g/h))の50～100%に当たる15,000以上30,000(g/h)未満と仮定すれば、排出源の位置の推定領域はグレースケールの白い方から2番目の濃さの灰色の領域となる。この領域は観測地点の東側に接し、南北方向の幅が約40m 東西方向の幅が約60m で、この領域中に仮想排出源の設定位置(観測点の真東50m の地点)が含まれていた。

## 5. 考 察

本法は観測点をスキャンさせる代わりに気象条件の変化を利用しようとするものであるが、風がいつも満遍なくあらゆる方向に吹く場合には排出源の影響が顕著にならず、むしろ風向が偏った方が排出源の位置を把握しやすい。しかし、気象条件がいつも当方に好都合とは限らず、実際には発生源の方向から風が吹かない場合も考えられ、このような場合には見落としや推定精度の低下となる可能性もあるので、応用に当たってはこの特性を認識する必要がある。

本法では排出源の強度およびその時間変化をある程度想定する必要がある。これは、対象物質に関する文献調査により排出施設の特性を把握することや、十分な現地調査により排出施設や業種を絞り込むことにより可能になると考えられる。

例題では排出源として点源を想定したが、線、面または立体であっても代表点の座標を定めるならば、点源と同様の取扱いが可能である。既知排出源の影響を差し引くことについては、例題では省略したが、実際には別に拡散計算を行って影響濃度を求め、これを観測濃度から差し引く作業をすることになる。たとえば、対象物質が自動車に関連する場合、道路を何本かの線源とみなし、各路線の交通量から各線源の排出強度を設定し、それぞれについて拡散計算を行えばよい。

本法の推定精度は、用いる気象条件の精度に影響される。通常は気象に関する情報は1時間値で提供されるが、独自の観測により10分値など、さらにきめ細かな気象データが得られる場合には本法の推定精度を高めることができる。また、実際には地形や建物などの障害物の影響で拡散条件が地点によって変化する可能性があるが、本法ではいずれの地点においても気象条件が同様であると仮定しており、このように条件を限定していることに注意する必要がある。

未知排出源が複数個ある場合や未知排出源の強度がまったく予測できないような場合には、本法のように問題を単純化することはできず、方程式を一般的に解かなければならないが、このような場合の解法については、今後の課題としたい。

## —引用文献—

- 1) Charles W. Groetsch: 数理学における逆問題. サイエンス社, 1996
- 2) Charles W. Groetsch: はじめての逆問題. サイエンス社, 2002
- 3) 近藤次郎: 積分方程式. pp. 73, 培風館, 1954
- 4) 公害対策研究センター: 窒素酸化物総量規制マニュアル [新版]. pp. 204-210, 公害対策研究センター, 2000